Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Южно-Уральский государственный университет

(национальный исследовательский университет)

Высшая школа электроники и компьютерных наук

Кафедра «Информационно-измерительная техника»

ОТЧЕТ  
по практической работе №3  
на тему «Числовые характеристики случайной величины»  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

Проверил: доцент

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ Лапин А.П./

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2023 г.

Автор работы:

студент группы КЭ - 214

\_\_\_\_\_\_\_\_\_/ Туманов А.Г. /

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2023 г.

Челябинск 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc128577623)

[1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ 4](#_Toc128577624)

[2 АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ 6](#_Toc128577625)

[3 ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ РАСЧЕТА ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ 8](#_Toc128577626)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 14](#_Toc128577627)

[БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 15](#_Toc128577628)

# ВВЕДЕНИЕ

Случайная величина полностью характеризуется законом распределения, однако часто он неизвестен. В таких случаях используют числовые характеристики, которые описывают случайную величину суммарно. Их также называют моментами случайной величины.

Математическое ожидание является одной из важных числовых характеристик, которая приближенно равна среднему значению случайной величины и представляет число, вокруг которого сосредоточены значения случайной величины. Это есть начальный момент первого порядка (). На практике часто используют четыре начальных момента, второй, третий и четвертый из которых используются для расчета центральных моментов.

Центральным моментом порядка случайной величины называется математическое ожидание степени отклонения случайной величины от ее математического ожидания. [1] Существует четыре центральных момента, из которых первый всегда равен нулю. Второй момент характеризует меру изменчивости случайной величины вокруг ее математического ожидания (дисперсия), третий - коэффициент асимметрии (безразмерная величина), а четвертый - коэффициент эксцесса (безразмерная величина). Оценки значений моментов рассчитываются на основе экспериментальных данных.

При анализе измерительных данных мы работаем с ограниченным количеством значений случайной величины, которые представляют выборку из генеральной совокупности случайных величин. Такие выборочные значения используются для оценки числовых характеристик (параметров распределения), но такие оценки являются приблизительными, так как объем выборки содержит элемент случайности. Хорошая оценка должна быть состоятельной, несмещенной и эффективной. Все числовые характеристики отображаются на гистограмме распределения случайной величины, которая представляет собой эмпирическую функцию распределения.

Гистограмма распределения ‒ графическое изображение эмпирической плотности вероятности.

Целью данной практической работы является изучение двух выборок значений случайной величины, расчёт их числовых характеристик, нанесение этих числовых характеристик на гистограммы.

Работа выполнена в соответствии с СТО ЮУрГУ 04-2008 [2].

# 1 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Мы имеем две выборки значений случайной величины, состоящие из 100 элементов. Первая в таблице 1, вторая в таблице 2.

Таблица ­– Исходные данные для первой выборки

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 127.52  135.94  153.89  148.23  146.00  111.43  147.00  137.17  166.32  136.86  148.39  136.20  135.33  139.15  138.42  147.89  139.40  124.90  152.45  157.44 | 148.64  122.48  136.83  178.33  139.75  147.79  143.66  130.72  131.66  162.61  155.01  158.43  144.19  156.85  151.98  153.19  123.19  170.01  142.75  159.31 | 149.92  147.26  149.57  147.05  140.21  132.59  130.70  145.60  141.37  118.72  111.55  130.81  132.34  143.38  145.05  155.10  132.40  137.83  151.94  134.06 | 155.22  141.81  121.39  150.38  175.52  137.93  146.24  146.63  139.44  139.35  123.25  142.35  148.99  140.66  139.68  124.46  136.49  148.43  141.50  148.34 | 135.02  145.72  145.08  110.97  124.47  160.25  130.23  143.04  152.99  133.97  142.36  126.57  156.54  142.23  135.26  145.57  148.40  131.38  177.18  143.29 |

Таблица 2 ­– Исходные данные для второй выборки

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 98  11  83  88  99  65  80  74  69  9  52  80  45  68  59  48  12  35  91  89 | 1  50  29  54  46  11  43  9  62  32  77  54  96  2  73  76  56  98  68  5 | 67  31  34  0  48  74  35  17  3  5  14  39  6  86  87  17  17  77  66  14 | 90  80  28  50  51  46  72  40  25  22  56  82  89  75  76  85  70  27  22  56 | 86  77  80  84  49  9  80  72  91  85  7  32  83  1  69  50  15  14  48  14 |

# 2 АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Начальные моменты не имеют смещенных оценок, поэтому сразу рассчитываем несмещенные оценки.

1. Вычисляем четыре несмещенных оценок математического ожидания:

, (1)

где первый начальный момент;

объем выборки;

элемент выборки, ;

, (2)

где второй начальный момент;

, (3)

где третий начальный момент;

, (4)

где четвертый начальный момент.

1. Рассчитываем смещенные оценки центральных моментов:

, (5)

гдевторой центральный момент, характеристика разброса случайной величины относительно математического ожидания (дисперсия);

, (6)

где третий центральный момент, характеристика симметричности распределения;

, (7)

где четвертый центральный момент, характеристика островершинности.

1. Вычисляем смещенную оценку среднего квадратического отклонения :

. (8)

1. Определяем смещенные коэффициенты асимметрии и эксцесса :

, (9)

. (10)

1. Рассчитываем несмещенные оценки центральных моментов:

, (11)

где несмещенная оценка второго центрального момента (дисперсии);

, (12)

где несмещенная оценка третьего центрального момента;

, (13)

где несмещенная оценка четвертого центрального момента.

1. Вычисляем несмещенную оценку среднего квадратического отклонения:

(14)

1. Определяем несмещенные коэффициенты асимметрии и эксцесса :

, (15)

. (16)

1. Рассчитываем относительные погрешности:
2. для второго центрального момента (дисперсии):

(17)

1. для третьего центрального момента:

(18)

1. для четвертого центрального момента:

(19)

1. для коэффициента асимметрии:

(20)

1. для коэффициента эксцесса:

(21)

1. для среднего квадратического отклонения:

(22)

1. Наносим числовые характеристики на графики гистограмм распределения случайной величины.

# 3 ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ РАСЧЕТА ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Сразу рассчитываем несмещённые оценки, так как начальные моменты не имеют смещённых.

1. Вычисляем четыре несмещенных оценок математического ожидания, используя формулы (1) ‒ (4):
2. для первой выборки:

;

;

;

;

1. для второй выборки:

;

;

;

.

Для удобства внесём полученные значения в таблицу 3.

Таблица 3 ‒ Начальные моменты

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Моменты |  |  |  |  |
| Выборка 1 |  |  |  |  |
| Выборка 2 |  |  |  |  |

1. Рассчитываем смещенные оценки центральных моментов с использованием формул (5) ‒ (7):
2. для первой выборки:

;

1. для второй выборки:

;

.

1. Вычисляем смещенную оценку среднего квадратического отклонения по формуле (8):
2. для первой выборки:

;

1. для второй выборки:

.

1. Определяем смещенные коэффициенты асимметрии и эксцесса по формулам (9) и (10) соответственно:
2. для первой выборки:

;

;

1. для второй выборки:

;

.

Занесём данные пунктов 2–4 в таблицу 4.

Таблица 4 – Расчетные данные (смещенные оценки)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Числовые характеристики | Выборка 1 | Выборка 2 |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

1. Рассчитываем несмещенные оценки центральных моментов по формулам (11) ‒ (13):
2. для первой выборки:

;

;

;

1. для второй выборки:

;

;

.

1. Вычисляем несмещенную оценку среднего квадратического отклонения по формуле (14):
2. для первой выборки:
3. для второй выборки:
4. Определяем несмещенные коэффициенты асимметрии и эксцесса по формулам (15), (16) соответственно:
5. для первой выборки:

;

;

1. для второй выборки:

;

.

Представим данные пунктов 5–7 в таблице 5.

Таблица 5 ‒ Расчетные данные (несмещенные оценки)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Числовые характеристики | Выборка 1 | Выборка 2 |
|  |  |  |
|  | 12.99 |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

1. Рассчитываем относительные погрешности для четырех центральных моментов и коэффициентов асимметрии и эксцесса по формулам (17) ‒ (22) соответственно:
2. для первой выборки:
3. для второй выборки:

Представим относительные погрешности в виде таблицы 6.

Таблица 6 ‒ Относительные погрешности

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Относительные погрешности, % |  |  |  |  |  |  |
| Выборка 1 | 1.01 | 2.98 | 2.39 | 0.25 | 2.24 | 7.39 |
| Выборка 2 | 1.01 | 2.98 | 0.51 | 0.25 | 2.24 | 0.66 |

9. Наносим числовые характеристики на графики гистограмм распределения случайной величины для первой (рисунок 1) и второй (рисунок 2) выборок.

Рисунок 1 – Гистограмма распределения СВ для первой выборки

Рисунок 2 – Гистограмма распределения СВ для второй выборки

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы мы приходим к выводу о том, какую информацию мы получаем о случайной величине.

В первых работах мы получаем приблизительное представление о случайной величине, такое как расположение ее значений на числовой оси, длину отрезка значений и примерный центр расположения случайной величины.

В данной работе, используя числовые характеристики, мы получаем более подробную информацию о случайной величине.

Таким образом, полученные в результате работы числовые характеристики дают наиболее полное представление о случайной величине.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н.Ш. Кремер. ‒ 3 ‒ е изд., перераб. и доп. ‒ М.: ЮНИТИ ‒ ДАНА, 2010. ‒ 551 с.
2. СТО ЮУрГУ 04–2008 Стандарт организации. Курсовое и дипломное проектирование. Общие требования к содержанию и оформлению / составители: Т.И. Парубочая, Н.В. Сырейщикова, В.И. Гузеев, Л.В. Винокурова. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2008. – 56 с.